سلیبس ریاضی نہم سائنس گروپ

	اپریل	مئی / جون (جزوی)	(جزوی) اگست / ستمبر	اکتوبر	نومبر	دسمبر	جنوری	فروری	مارچ
جنرل ریاضی	یونٹ نمبر: 1 قالب اور قالبوں کا مقطع ٹیکسٹ بک صفحہ 1 تا 36	یونٹ نمبر: 2 - 3 حقیقی اور غیر حقیقی (کمپلیکس) اعداد اور لوگارتھم ٹیکسٹ بک صفحہ 37 تا 88	یونٹ نمبر: 4-6 الجبری جملے اور الجبری کلیے تا الجبری جملوں کا ذواضعاف اقل، عاداعظم اور جذر المربع ٹیکسٹ بک صفحہ 89 تا 156	یونٹ نمبر: 7-8 یک درجی مساواتیں اور غیر مساواتیں اور خطی یالائن (لینئر) گراف اور اس کے مستعملات ٹیکسٹ بک صفحہ 157 تا 201	یونٹ نمبر: 9 - 10 کوآرڈینیٹ جیومیٹری کا تعارف اور متماثل مثلثان ٹیکسٹ بک صفحہ 202 تا 236	یونٹ نمبر: 11 - 14 متوازی الاضلاع اور تکونی اشکال تا نسبت اور تناسب ٹیکسٹ بک صفحہ 237 تا 284	یونٹ نمبر: 15 - 17 مسئلہ فیثا غورث تا عملی جیومیٹری۔ مثلثیں ٹیکسٹ بک صفحہ 285 تا 318	مکمل نصاب کا اعادہ	ایضاً
ریاضی (سائنس گروپ)	ریاضی (سائنس گروپ) صفحہ 5 تا 61	ریاضی (سائنس گروپ) صفحہ 62 تا 115	ریاضی (سائنس گروپ) صفحہ 116 تا 210	ریاضی (سائنس گروپ) صفحہ 211 تا 266	ریاضی (سائنس گروپ) صفحہ 267 تا 306	ریاضی (سائنس گروپ) صفحہ 307 تا 374	ریاضی (سائنس گروپ) صفحہ 375 تا 432	ایضاً	ایضاً

فہرست

یونٹ 3

لوگارتھم

LOGARITHMS

تعارف:

لوگارتھم کے استعمال سے مشکل حساب کتاب کے مسائل آسان تر ہو جاتے ہیں۔ اس کی ایجاد کا سہرا مسلمان ریاضی دان ابو محمد موسیٰ الخوارزمی کے سر ہے۔

سائنسی ترقیم:

کسی دیے گئے عدد کو سائنسی ترقیم میں لکھنے کے لیے اسے $a \times 10^n$ کے طور پر لکھا جاتا ہے۔ جبکہ $1 \le a < 10$ اور n ایک صحیح عدد ہے۔

حل مشق 3.1

-1 مندرجہ ذیل اعداد کو سائنسی ترقیم میں لکھیے۔

(i) 5700

حل: $5700 = 57 \times 100 = 5.7 \times 10^1 \times 10^2 = 5.7 \times 10^{1+2} = 5.7 \times 10^3$

(ii) 49,800,000

حل: $49,800,000 = 498 \times 100000 = 4.98 \times 10^2 \times 10^5 = 4.98 \times 10^{2+5} = 4.98 \times 10^7$

(iii) 96, 000, 000

حل: $96,000,000 = 96 \times 1000000 = 9.6 \times 10^1 \times 10^6 = 9.6 \times 10^{1+6} = 9.6 \times 10^7$

(iv) 416.9

حل: $416.9 = \frac{4169}{10} = 4169 \times 10^{-1} = 4.169 \times 10^3 \times 10^{-1} = 4.169 \times 10^{3-1} = 4.169 \times 10^2$

(v) 83,000

حل: $83,000 = 83 \times 1000 = 8.3 \times 10^1 \times 10^3 = 8.3 \times 10^{1+3} = 8.3 \times 10^4$

(vi) 0.00643

حل: $0.00643 = \frac{643}{100000} = 643 \times 10^{-5} = 6.43 \times 10^2 \times 10^{-5} = 6.43 \times 10^{2-5} = 6.43 \times 10^{-3}$

(vii) 0.0074

حل: $0.0074 = \frac{74}{10000} = 74 \times 10^{-4} = 7.4 \times 10^1 \times 10^{-4} = 7.4 \times 10^{1-4} = 7.4 \times 10^{-3}$

(viii) 60,000,000

حل: $60,000,000 = 6 \times 10,000,000 = 6 \times 10^7$

(ix) 0.00000000395

حل: $0.00000000395 = \frac{395}{100000000000} = 395 \times 10^{-11} = 3.95 \times 10^2 \times 10^{-11}$

$$= 3.95 \times 10^{2-11} = 3.95 \times 10^{-9}$$

(x) $\frac{275,000}{0.0025}$

حل:

$$\frac{275,000}{0.0025} = \frac{275\times1000}{\frac{25}{10000}} = \frac{2.75\times10^2\times10^3}{25\times10^{-4}} = \frac{2.75\times10^{2+3}}{2.5\times10^1\times10^{-4}}$$

$$= \frac{2.75\times10^5}{2.5\times10^{1-4}} = \frac{2.75\times10^5}{2.5\times10^{-3}}$$

-2 مندرجہ ذیل اعداد کو عام ترقیم میں لکھیے۔

(i) 6×10^{-4}

حل:

$$6 \times 10^{-4} = \frac{6}{10^4} = \frac{6}{10000} = 0.0006$$

(ii) 5.06×10^{10}

حل:

$$5.06\times10^{10} = \frac{506}{100}\times10000000000 = 506 \times 100000000 = 50,600,000,000$$

(iii) 9.018×10^{-6}

حل:

$$9.018 \times 10^{-6} = \frac{9.018}{10^6} = \frac{9018}{1000\times1000000} = \frac{9018}{1000000000} = 0.000009018$$

(iv) 7.865×10^8

حل:

$$7.865 \times 10^8 = \frac{7865}{1000}\times 10^8 = \frac{7865}{10^3}\times 10^8 = 7865 \times 10^8 \times 10^{-3}$$

$$= 7865 \times 10^{8-3} = 7865 \times 10^5 = 7865 \times 100000 = 786,500,000$$

عام لوگارتھم:

اساس 10 کے لوگارتھم کو عام لوگارتھم یا برگز لوگارتھم کہتے ہیں۔

قدرتی لوگارتھم:

اساس e کے لوگارتھم کو قدرتی لوگارتھم یا نیپئر لوگارتھم کہتے ہیں۔

خاصہ اور مینٹیسا:

کسی عدد کے لوگارتھم کے صحیح عددی حصے کو خاصہ اور کسری حصے کو مینٹیسا کہتے ہیں۔

حل مشق 3.2

-1 مندرجہ ذیل اعداد کا عام لوگارتھم معلوم کیجیے۔

(i) 232.92

حل: 232.92 کو راؤنڈ آف کر کے 232.9 لکھا جا سکتا ہے۔

خاصہ 2 ہے اور مینٹیسا 0.3672 ہے۔

چنانچہ $\log(232.92) = 2.3672$

(ii) 29.326

حل: 29.326 کو راؤنڈ آف کر کے 29.33 لکھا جا سکتا ہے۔

خاصہ 1 ہے اور مینٹیسا 0.4673 ہے۔

چنانچہ $\log(29.326) = 1.4673$

(iii) 0.00032

حل: 0.00032 کو راؤنڈ آف کر کے 0.0003 لکھا جا سکتا ہے۔
خاصہ $\bar{4}$ ہے اور مینٹیسا 0.5051 ہے۔
چنانچہ $\log(0.00032) = \bar{4}.5051$.

(iv) 0.3206

حل: خاصہ 1 ہے اور مینٹیسا 0.5059 ہے۔
چنانچہ $\log(0.3206) = \bar{1}.5059$

-2 جدول کو استعمال کیے بغیر مندرجہ ذیل کی قیمتیں معلوم کیجیے۔ اگر $\log 31.09 = 1.4926$ ہو۔

(i) $\log 3.109$

حل: خاصہ 0 ہے اور مینٹیسا 0.4926 ہے۔
چنانچہ $\log(3.109) = 0.4926$

(ii) $\log 310.9$

حل: خاصہ 2 ہے اور مینٹیسا 0.4926 ہے۔
چنانچہ $\log(310.9) = 2.4926$

(iii) $\log 0.003109$

حل: 0.003109 کو راؤنڈ آف کر کے 0.0031 لکھا جا سکتا ہے۔
خاصہ $\bar{3}$ ہے اور مینٹیسا 0.4926 ہے۔
چنانچہ $\log(0.003109) = \bar{3}.4926$

(iv) $\log 0.3109$

حل: خاصہ $\bar{1}$ ہے اور مینٹیسا 0.4926 ہے۔
چنانچہ $\log(0.3109) = \bar{1}.4926$

-3 وہ اعداد معلوم کیجیے جن کے عام لوگارتھم کی قیمت درج ذیل ہے۔

(i) 3.5622

حل: فرض کیا عدد x ہے۔

$\log x = 3.5621$

دونوں طرف antilog لینے سے

$x = \text{Antilog}(3.5621)$

$\log x = 3$ کا خاصہ

$\log x = 0.5621$ کا مینٹیسا

مینٹیسا کے مطابق 0.5621 = (لوگارتھمی جدول استعمال کرنے سے)

$= 3648 + 1 = 3649$

$\Rightarrow x = \text{Antilog}(3.5621)$

$x = 3649$

(ii) $\bar{2}.7427$

حل: فرض کیا عدد x ہے۔

$\log x = \bar{2}.7427$

دونوں طرف antilog لینے سے

$x = \text{antilog}(\bar{2}.7427)$

$\log x = \bar{2}$ کا خاصہ

$\log x = 0.7427$ کا مینٹیسا

مینٹیسا کے مطابق 0.7427 = (لوگارتھمی جدول استعمال کرنے سے)

$= 5521 + 9 = 5530$

$\Rightarrow x = \text{Antilog}(.7427)$

$x = 0.5530$

-4 نامعلوم کی کس قیمت کے لیے مندرجہ ذیل بیانات درست ہوں گے۔

(i) $\log_3 81 = L$

حل: $\log_3 81 = L \Rightarrow \log_3 81 = 4 \Rightarrow 3^4 = 81 \Rightarrow 81 = 81$

نتیجتاً $L = 4$

(ii) $\log_a 6 = 0.5$

حل: $\log_a 6 = 0.5 \Rightarrow \log_{36} 6 = 0.5 \Rightarrow 36^{0.5} = 6 \Rightarrow 6 = 6$

نتیجتاً $a = 36$

(iii) $\log_5 n = 2$

حل: $\log_5 n = 2 \Rightarrow \log_5 25 = 2 \Rightarrow 5^2 = 25 \Rightarrow 25 = 25$

$n = 25$ نتیجہ

(iv) $10^p = 40$

حل: $10^p = 40 \Rightarrow \log_{10} 40 = p \Rightarrow p = 1.6021$ نتیجہ

5- قیمت معلوم کریں۔

(i) $\log_2 \frac{1}{128}$

حل: فرض کیا

$\log_2 \frac{1}{128} = x \Rightarrow 2^x = \frac{1}{128} \Rightarrow 2^x = \frac{1}{2^7} \Rightarrow 2^x = 2^{-7}$

$\Rightarrow x = -7$

(ii) log 512 to the base $2\sqrt{2}$

حل: فرض کیا

$\log_{2\sqrt{2}} 512 = x$

$= (2\sqrt{2})^x = 512$

$(2\sqrt{2})^x = (2)^9$

$\Rightarrow x = 6$

6- مندرجہ ذیل مساواتوں میں سے x کی قیمت معلوم کریں۔

(i) $\log_2 x = 5$

حل: $\log_2 x = 5 \Rightarrow 2^5 = x \Rightarrow x = 32$

(ii) $\log_{81} 9 = x$

حل: $\log_{81} 9 = x \Rightarrow 81^x = 9 \Rightarrow (9^2)^x = 9 \Rightarrow 9^{2x} = 9^1$

$2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

(iii) $\log_{64} 8 = \frac{x}{2}$

حل: $\log_{64} 8 = \frac{x}{2} \Rightarrow 64^{\frac{x}{2}} = 8 \Rightarrow (8^2)^{\frac{x}{2}} = 8 \Rightarrow 8^x = 8^1$

$\Rightarrow x = 1$

(iv) $\log_x 64 = 2$

حل: $\log_x 64 = 2 \Rightarrow x^2 = 64 \Rightarrow x^2 = 8^2 \Rightarrow x = 8$

(v) $\log_3 x = 4$

حل: $\log_3 x = 4 \Rightarrow 3^4 = x \Rightarrow x = 81$

لوگارتھم کے قوانین:

1. $\log_a(mn) = \log_a m + \log_a n$

2. $\log_a\left(\frac{m}{n}\right) = \log_a m - \log_a n$

3. $\log_a m^n = n\log_a m$

4. $\log_a n = \log_b n \times \log_a b$

حل مشق 3.3

-1 مندرجہ ذیل کو لوگارتھم کے مجموعے یا فرق کی شکل میں لکھیں۔

(i) $\log(A\times B)$

حل: $\log(A\times B) = \log A + \log B$

(ii) $\log\dfrac{15.2}{30.5}$

حل: $\log\dfrac{15.2}{30.5} = \log 15.2 - \log 30.5$

(iii) $\log\dfrac{25\times 5}{8}$

حل: $\log\dfrac{25\times 5}{8} = \log 25 + \log 5 - \log 8$

(iv) $\log\sqrt[3]{\dfrac{7}{15}}$

حل: $\log\sqrt[3]{\dfrac{7}{15}} = \log\left(\dfrac{7}{15}\right)^{\frac{1}{3}} = \dfrac{1}{3}\log\left(\dfrac{7}{15}\right) = \dfrac{1}{3}[\log 7 - \log 15]$

(v) $\log\dfrac{(22)^{\frac{1}{3}}}{5^3}$

حل: $\log\dfrac{(22)^{\frac{1}{3}}}{5^3} = \log(22)^{\frac{1}{3}} - \log 5^3 = \dfrac{1}{3}\log 22 - 3\log 5.$

(vi) $\log\dfrac{25\times 47}{29}$

حل: $\log\dfrac{25\times 47}{29} = \log 25 + \log 47 - \log 29$

-2 واحد لوگارتھم کی شکل میں ظاہر کیجیے۔

$\log x - 2\log x + 3\log(x+1) - \log(x^2-1)$

حل:

$$\log x - 2\log x + 3\log(x+1) - \log(x^2-1)$$
$$= \log x - \log x^2 + \log(x+1)^3 - \log(x^2-1)$$
$$= \log x + \log(x+1)^3 - \log x^2 - \log(x^2-1)$$
$$= \log\frac{x(x+1)^3}{x^2(x^2-1)} = \log\frac{x(x+1)^3}{x^2(x-1)(x+1)} = \log\frac{(x+1)^2}{x(x-1)}$$

-3 مندرجہ ذیل کو واحد لوگارتھم کی شکل میں لکھیں۔

(i) $\log 21 + \log 5$

حل: $\log 21 + \log 5 = \log(21\times 5)$

(ii) $\log 25 - 2\log 3$

حل: $\log 25 - 2\log 3 = \log 25 - \log 3^2 = \log\dfrac{25}{3^2}$

(iii) **2 log x – 3 log y**

حل: $2\log x - 3\log y = \log x^2 - \log y^3 = \log\frac{x^2}{y^3}$

(iv) **log 5 + log 6 – log 2**

حل: $\log 5 + \log 6 - \log 2 = \log\frac{5\times 6}{2}$

4- مندرجہ ذیل کی قیمت معلوم کیجیے۔

(i) $\log_3 2 \times \log_2 81$

حل: $\log_3 2 \times \log_2 81 = \frac{\log 2}{\log 3}\times\frac{\log 81}{\log 2}$ $\quad \because \log_a n = \frac{\log n}{\log a}$

$$= \frac{\log 81}{\log 3} = \frac{\log 3^4}{\log 3} = \frac{4\log 3}{\log 3} = 4$$

(ii) $\log_5 3 \times \log_3 25$

حل: $\log_5 3 \times \log_3 25 = \frac{\log 3}{\log 5}\times\frac{\log 25}{\log 3}$ $\quad \because \log_a n = \frac{\log n}{\log a}$

$$= \frac{\log 25}{\log 5} = \frac{\log 5^2}{\log 5} = \frac{2\log 5}{\log 5} = 2$$

5- مندرجہ ذیل کی قیمت معلوم کریں اگر **log 2=0.3010, log 3 = 0.4771, log 5 = 0.6990**

(i) **log 32**

حل: $\log 32 = \log 2^5 = 5\log 2 = 5(0.3010) = 1.5050$

(ii) **log 24**

حل: $\log 24 = \log(2\times2\times2\times3) = \log(2^3\times 3) = \log 2^3 + \log 3 = 3\log 2 + \log 3$

$= 3(0.3010) + 0.4771 = 0.9030 + 0.4771 = 1.3801$

(iii) $\log\sqrt{3\frac{1}{3}}$

حل: $\log\sqrt{3\frac{1}{3}} = \log\left(3\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\log\frac{10}{3} = \frac{1}{2}[\log 10 - \log 3] = \frac{1}{2}[\log(5\times2) - \log 3]$

$= \frac{1}{2}[\log 5 + \log 2 - \log 3] = \frac{1}{2}[0.6990 + 0.3010 - 0.4771]$

$= \frac{1}{2}[0.5229] = 0.2615$

(iv) $\log\frac{8}{3}$

حل: $\log\frac{8}{3} = \log\frac{2^3}{3} = \log 2^3 - \log 3 = 3\log 2 - \log 3 = 3(0.3010) - 0.4771$

$= 0.9030 - 0.4771 = 0.4259$

(v) **log 30**

حل: $\log 30 = \log(2\times3\times5) = \log 2 + \log 3 + \log 5$

$= 0.3010 + 0.4771 + 0.6990 = 1.4771$

حل مشق 3.4

-1 لوگارتھم جدول کی مدد سے مندرجہ ذیل کی قیمتیں معلوم کریں۔

(i) 0.8176×13.64

حل: فرض کیا

$y = 0.8176 \times 13.64$

$\log y = \log(0.8176 \times 13.64) = \log(0.8176) + \log(13.64)$

$= 1.9125 + 1.1348 = -0.0875 + 1.1348 = 1.0473$

$y = \text{Antilog}\ (1.0473) = 11.15$

(ii) $(789.5)^{1/8}$

حل: فرض کیا

$y = (789.5)^{1/8}$

$\log y = \log(789.5)^{\frac{1}{8}} \qquad = \frac{1}{8}\log(789.5)$

$= \frac{1}{8} x(2.8974) \qquad = 0.3622$

$y = \text{Antilog}(0.3622) \qquad y = 2.302$

(iii) $\frac{0.678 \times 9.01}{0.0234}$

حل: فرض کیا

$y = \frac{0.678 \times 9.01}{0.0234}$

$\log y = \log(0.678) + \log(9.01) - \log(0.0234)$

$= 1.8312 + 0.9547 - 2.3692 = (-1 + 0.8312) + 0.9547 - (-2 + 0.3692)$

$= -0.1688 + 0.9547 - (-1.6308) = -0.1688 + 0.9547 + 1.6308 = 2.4136$

$y = \text{Antilog}(2.4167) \qquad y = 261.0$

(iv) $\sqrt[5]{2.709} \times \sqrt[7]{1.239}$

حل: فرض کیا

$y = \sqrt[5]{2.709} \times \sqrt[7]{1.239}$

$\log y = \left(\sqrt[5]{2.709} \times \sqrt[7]{1.239}\right) = \log(2.709)^{\frac{1}{5}} + \log(1.239)^{\frac{1}{7}}$

$= \frac{1}{5}\log(2.709) + \frac{1}{7}\log(1.239) = \frac{1}{5}(0.4328) + \frac{1}{7}(0.0931)$

$= 0.0866 + 0.0133 = 0.0999$

$= \text{Antilog}(0.0999) = 1.258$

(v) $\frac{(1.23)(0.6975)}{(0.0075)(1278)}$

حل: فرض کیا

$y = \frac{(1.23)(0.6975)}{(0.0075)(1278)}$

$\log y = \log\frac{(1.23)(0.6975)}{(0.0075)(1278)}$

$= \log(1.23) + \log(0.6975) - \log(0.0075) - \log(1278)$
$= 0.0899 + \bar{1}.8435 - \bar{3}.8751 - 3.1065$
$= 0.0899 + (-1 + 0.8435) - (-3 + 0.8751) - 3.1065$
$= 0.0899 - 0.1565 + 2.1249 - 3.1065$
$= -1.0482 = (2 - 1.0482) - 2 = \bar{2}.9518$
$y = \text{Antilog}\,(\bar{2}.9518) = 0.08950$

(vi) $\sqrt[3]{\dfrac{0.7214 \times 20.37}{60.8}}$

حل: فرض کیا $y = \sqrt[3]{\dfrac{0.7214 \times 20.37}{60.8}}$

$\log y = \log\left(\dfrac{0.7214 \times 20.37}{60.8}\right)^{\frac{1}{3}} = \dfrac{1}{3}\log\left(\dfrac{0.7214 \times 20.37}{60.8}\right)$

$= \dfrac{1}{3}[\log(0.7214) + \log(20.37) - \log(60.8)]$

$= \dfrac{1}{3}[\bar{1}.8582 + 1.3090 - 1.7839] = \dfrac{1}{3}[-1 + 0.8582 + 1.3090 - 1.7839]$

$= \dfrac{1}{3}[-0.1418 + 1.3090 - 1.7839] = -0.2056 = (1 - 0.2056) - 1 = \bar{1}.7944$

$y = \text{Antilog}\,(\bar{1}.7944) = 0.6229$

(vii) $\dfrac{83 \times \sqrt[3]{92}}{127 \times \sqrt[5]{246}}$

حل: فرض کیا $y = \dfrac{83 \times \sqrt[3]{92}}{127 \times \sqrt[5]{246}}$

$\log y = \log \dfrac{83 \times \sqrt[3]{92}}{127 \times \sqrt[5]{246}}$

$\log y = \log(83) + \log(92)^{\frac{1}{3}} - \log(127) - \log(246)^{\frac{1}{5}}$

$\log y = \log(83) + \dfrac{1}{3}\log(92) - \log(127) - \dfrac{1}{5}\log(246)$

$\log y = 1.9191 + \dfrac{1}{3}(1.9638) - 2.1038 - \dfrac{1}{5}(2.3909)$

$\log y = 1.9191 + 0.6546 - 2.1038 - 0.4782$

$\log y = -0.0083$

$\log y = (1 - 0.0083) - 1$

$\log y = \bar{1}.9917$

$y = \text{Antilog}(\bar{1}.9917)$

$y = 0.9811$

(viii) $\dfrac{(438)^3\sqrt{0.056}}{(388)^4}$

حل: فرض کیا

$$y=\frac{(438)^3\sqrt{0.056}}{(388)^4}$$

$$\log y=\log\frac{(438)^3(0.056)^{\frac{1}{2}}}{(388)^4}$$

$$\log y=\log(438)^3+\frac{1}{2}\log(0.056)-\log(388)^4$$

$$\log y=3\log(438)+\frac{1}{2}\log(0.056)-4\log(388)$$

$$\log y=3(2.6415)+\frac{1}{2}(\bar{2}.7482)-4(2.5888)$$

$$\log y=7.9245+\frac{1}{2}(-2+0.7482)-10.3552$$

$$\log y=7.9245+\frac{1}{2}(-1.2518)-10.3552$$

$$\log y=7.9245-0.6259-10.3552$$

$$\log y=-3.0566$$

$$\log y=(4-3.0566)-4$$

$$\log y=\bar{4}.9434$$

$$y=\text{Antilog}\ (\bar{4}.9434)$$

$$y=0.0008777$$

-2 ایک گیس کا پھیلاؤ مندرجہ ذیل قانون کے مطابق ہوتا ہے۔

$$pv^n=C$$

C کی قیمت معلوم کریں۔ جبکہ $p=80$, $v=3.1$ اور $n=\frac{5}{4}$ ہو۔

حل:

$$pv^n=C$$

$$\log(pv^n)=\log C$$

$$\log p+\log v^n=\log C$$

$$\log p+n\log v=\log C$$

$$\log(80)+\frac{5}{4}\log(3.1)=\log C$$

$$1.9030+\frac{5}{4}\log(3.1)=\log C$$

$$1.9030+\frac{5}{4}(0.4914)=\log C$$

$$1.9030+0.6143=\log C$$

$$2.5173=\log C$$

$C = \text{Antilog}(2.5173)$ یا
$C = 329$

-3 کسی پروڈکٹ (product) کی طلب کا فارمولا درج ذیل ہے۔

$$p = 90\,(5)^{-q/10}$$

جس میں q مصنوعہ (بنائے گئے) یونٹوں کی تعداد اور p ایک یونٹ کی قیمت ہے۔ بتائیں کہ 18.00 روپے میں کتنے یونٹ طلب کیے جاسکیں گے؟

حل:

$$p = 90(5)^{-\frac{q}{10}}$$
$$\log p = \log\left(90(5)^{-\frac{q}{10}}\right)$$
$$\log p = \log 90 + \log(5)^{-\frac{q}{10}}$$
$$\log p = \log 90 + \left(-\frac{q}{10}\right)\log(5)$$
$$\log p = \log 90 - \frac{q}{10}\log 5$$
$$\log 18 = \log 90 - \frac{q}{10}\log 5$$
$$1.2553 = 1.9542 - \frac{q(0.6990)}{10}$$
$$1.2553 - 1.9542 = -q(0.06990)$$
$$-0.6989 = -q(0.06990)$$
$$q = \frac{0.6989}{0.06990}$$
$q = 10$ یونٹس

-4 اگر $A = \pi r^2$ ہو تو A کی قیمت معلوم کریں۔ جبکہ $r = 15$ اور $\pi = \frac{22}{7}$

حل:

$$A = \pi r^2$$
$$\log A = \log(\pi r^2)$$
$$\log A = \log\pi + \log r^2$$
$$\log A = \log\pi + 2\log r$$
$$\log A = \log\left(\frac{22}{7}\right) + 2\log(15)$$
$$\log A = 0.4973 + 2(1.1761)$$
$$\log A = 0.4973 + 2.3522$$
$$\log A = 2.8495$$
$$A = \text{Anti}\log(2.8495)$$
$$A = 707.1$$

-5 اگر $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ہو تو V کی قیمت معلوم کریں۔ جبکہ $r = 2.5$ ، $\pi = \frac{22}{7}$ اور $h = 4.2$

حل:

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$\log V = \log\left(\frac{1}{3}\pi r^2 h\right)$$

$$\log V = \log\left(\frac{1}{3}\right) + \log \pi + \log r^2 + \log h$$

$$\log V = \log\left(\frac{1}{3}\right) + \log \pi + 2\log r + \log h$$

$$\log V = \log\left(\frac{1}{3}\right) + \log\left(\frac{22}{7}\right) + 2\log(2.5) + \log(4.2)$$

$$\log V = -0.4771 + 0.4973 + 2(0.3979) + 0.6232$$

$$\log V = -0.4771 + 0.4973 + 0.7958 + 0.6232$$

$$\log V = 1.4392$$

$$V = \text{Anti}\log(1.4392)$$

$$V = 27.50$$

حل اعادہ مشق 3

-1 دیے ہوئے جوابات میں سے درست جواب کا انتخاب کیجیے۔

(i) اگر $a^x = n$ ہو تو ....

(a) $a = \log_x n$ (b) $x = \log_n a$ (c) $x = \log_a n$ (d) $a = \log_n x$

(ii) اگر $y = \log_z x$ ہو تو ....

(a) $x^y = z$ (b) $z^y = x$ (c) $x^z = y$ (d) $y^z = x$

(iii) کسی اساس پر '1' کا لوگارتھم .... کے برابر ہوتا ہے۔

(a) 1 (b) 10 (c) e (d) 0

(iv) اگر کسی عدد کے لوگارتھم کی اساس وہی عدد ہو تو جواب .... ہوتا ہے۔

(a) 1 (b) 0 (c) −1 (d) 10

(v) $\log e =$ .... $(e \approx 2.718)$

(a) 0 (b) 0.4343 (c) ∞ (d) 1

(vi) $\log\left(\frac{p}{q}\right)$ کی قیمت = ...

(a) $\log p - \log q$ (b) $\frac{\log p}{\log q}$ (c) $\log p + \log q$ (d) $\log q - \log p$

(vii) $\log p - \log q =$ ....

(a) $\log\left(\frac{p}{q}\right)$ (b) $\log(p-q)$ (c) $\frac{\log p}{\log q}$ (d) $\log\left(\frac{p}{q}\right)$

(viii) $\log m^n$ کو .... بھی لکھا جا سکتا ہے۔

(a) $(\log m)^n$ (b) $m \log n$ (c) $n \log m$ (d) $\log (mn)$

(ix) $\log_b a \times \log_c b$ کو .... بھی لکھا جا سکتا ہے۔

(a) $\log_a c$ (b) $\log_c a$ (c) $\log_a b$ (d) $\log_b c$

(x) $\log_y x$ برابر ہوتا ہے .... کے۔

(a) $\dfrac{\log_z x}{\log_y z}$ (b) $\dfrac{\log_x z}{\log_y z}$ (c) $\dfrac{\log_z x}{\log_z y}$ (d) $\dfrac{\log_z y}{\log_z x}$

جوابات: (i) c (ii) b (iii) d (iv) a (v) b
(vi) a (vii) d (viii) c (ix) b (x) c

-2 خالی جگہ پُر کر کے مندرجہ ذیل بیانات کو مکمل کریں۔

(i) عام لوگارتھم کی اساس .... ہوتی ہے۔

(ii) کسی عدد کے عام لوگارتھم کے صحیح عددی حصہ کو .... کہتے ہیں۔

(iii) کسی عدد کے عام لوگارتھم کے کسری حصہ کو .... کہتے ہیں۔

(iv) اگر $x = \log y$ ہو تو y کو x کا .... کہتے ہیں۔

(v) اگر کسی عدد کے لوگارتھم کا خاصہ '2-' ہو تو اس عدد میں نقطہ اعشاریہ کے فوراً بعد صفروں کی تعداد .... ہو گی۔

(vi) اگر کسی عدد کے لوگارتھم کا خاصہ '1' ہو تو اس کے صحیح عددی حصے میں ہندسوں کی تعداد .... ہو گی۔

جوابات: (i) 10 (ii) خاصہ (iii) مینٹیسا (iv) ضد لوگارتھم (v) ایک (vi) 2

-3 مندرجہ ذیل میں x کی قیمت معلوم کریں۔

(i) $\log_3 x = 5$

حل: $\log_3 x = 5 \Rightarrow x = 3^5 \Rightarrow x = 243$

(ii) $\log_4 256 = x$

حل: $\log_4 256 = x \Rightarrow 4^x = 256 \Rightarrow 4^x = 4^4 \Rightarrow x = 4$

(iii) $\log_{625} 5 = \dfrac{1}{4}x$

حل: $\log_{625} 5 = \dfrac{1}{4}x \Rightarrow 625^{\frac{1}{4}x} = 5 \Rightarrow (5^4)^{\frac{1}{4}x} = 5 \Rightarrow 5^x = 5^1$

$\Rightarrow x = 1$

(iv) $\log_{64} x = -\dfrac{2}{3}$

حل: $\log_{64} x = -\dfrac{2}{3} \Rightarrow x = 64^{-\frac{2}{3}} \Rightarrow x = 4^{3\left(-\frac{2}{3}\right)} \Rightarrow x = 4^{-2} = \dfrac{1}{4^2} = \dfrac{1}{16}$

-4 مندرجہ ذیل میں x کی قیمت معلوم کریں۔

(i) $\log x = 2.4543$

حل: $\log x = 2.4543$

$x = \text{Antilog}\ (2.4543)$

$x = 284.6$

(ii) $\log x = 0.1821$

حل: $\log x = 0.1821$

$x = \text{Antilog}\ (0.1821)$

$x = 1.521$

(iii) $\log x = 0.0044$

حل: $\log x = 0.004$

$x = \text{Antilog}\ (0.004)$

$x = 1.010$

(iv) $\log x = \bar{1}.6238$

حل: $\log x = \bar{1}.6238$

$x = \text{Antilog}\ (\bar{1}.6238)$

$x = 0.04205$

-5 مندرجہ ذیل کی قیمتیں معلوم کریں۔ اگر $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$ اور $\log 5 = 0.6990$ ہو۔

(i) $\log 45$

حل: $\log 45 = \log(3\times3\times5)$

$= \log3 + \log3 + \log5$

$= 0.4771 + 0.4771 + 0.6990 = 1.6532$

(ii) $\log \dfrac{16}{15}$

حل: $\log \dfrac{16}{15} = \log16 - \log15$

$= \log2^4 - \log(3\times5)$

$= 4\log2 - [\log3 + \log5] = 4\log2 - \log3 - \log5$

$= 4(0.3010) - 0.4771 - 0.6990 = 1.2040 - 0.4771 - 0.6990 = 0.0279$

(iii) $\log 0.048$

حل: $\log 0.048 = \log \dfrac{48}{1000}$

$= \log 48 - \log 1000$

$= \log(2\times2\times2\times2\times3) - \log(2\times2\times2\times5\times5\times5)$

$= \log(2^4 \times 3) - \log(2^3 \times 5^3)$

$= [\log 2^4 + \log3] - [\log 2^3 + \log 5^3]$

$= 4\log2 + \log3 - 3\log2 - 3\log5$

$= 4(0.3010) + 0.4771 - 3(0.3010) - 3(0.6990)$

$= 1.204 + 0.4771 - 0.903 - 2.097 = -1.3189$

$= \bar{2}.6811$

-6 لوگارتھم جدول کی مدد سے مندرجہ ذیل کو مختصر کریں۔

(i) $\sqrt[3]{25.47}$

حل: فرض کیا $y = \sqrt[3]{25.47}$

$\log y = \log(25.47)^{\frac{1}{3}}$

$\log y = \frac{1}{3}\log(25.47)$

$\log y = \frac{1}{3}(1.4060) = 0.4687$

$y = \text{Anti}\log(0.4687)$

$y = 2.94$

(ii) $\sqrt[5]{342.2}$

حل: فرض کیا $y = \sqrt[5]{342.2}$

$\log y = \log(342.2)^{\frac{1}{5}}$

$\log y = \frac{1}{5}\log(342.2)$

$\log y = \frac{1}{5}(2.5343) = 0.5069$

$y = \text{Anti}\log(0.5069)$

$y = 3.21$

(iii) $\dfrac{(8.97)^3 \times (3.95)^2}{\sqrt[3]{15.37}}$

حل: فرض کیا $y = \dfrac{(8.97)^3 \times (3.95)^2}{\sqrt[3]{15.37}}$

$\log y = \log\dfrac{(8.97)^3 \times (3.95)^2}{\sqrt[3]{15.37}}$

$\log y = \log(8.97)^3 + \log(3.95)^2 - \log(15.37)^{\frac{1}{3}}$

$\log y = 3\log(8.97) + 2\log(3.95) - \frac{1}{3}\log(15.37)$

$\log y = 2.8584 + 1.1932 - 0.3956 = 3.6560$

$y = \text{Anti}\log(3.6560)$

$y = 4529$

خلاصہ

☆ اگر $a^x = y$ جبکہ $a, x, y \in R$ اور $a > 0$، $y > 0$، $a \neq 1$ ہو تو x کو اساس 'a' پر y کا لوگارتھم کہتے ہیں اور اسے $x = \log_a y$ لکھتے ہیں۔

☆ اگر $a^x = y$ ہو تو $x = \log_a y$

☆ اگر لوگارتھم کی اساس 10 لی جائے تو اسے عام یا برگز (Briggs) لوگارتھم کہتے ہیں۔ اساس $e(\approx 2.718)$ کے لوگارتھم کو قدرتی یا نیپیرین (Naperian) لوگارتھم کہتے ہیں۔

☆ کسی عدد کے عام لوگارتھم کے صحیح عددی حصہ کو لوگارتھم کا خاصہ (characteristic) اور اس کے کسری حصہ کو مینٹیسا (mantissa) کہتے ہیں۔

☆ (i) '1' سے بڑے عدد کے لوگارتھم کا خاصہ ہمیشہ عدد کے صحیح عددی حصہ کے ہندسوں کی تعداد سے '1' کم ہوتا ہے۔

(ii) '1' سے چھوٹے عدد کے لوگارتھم کا خاصہ ہمیشہ منفی ہوتا ہے اور عدد کے نقطہ اعشاریہ کے فوراً بعد موجود صفروں کی تعداد سے '1' زیادہ۔

☆ جب کوئی عدد '1' سے چھوٹا ہو تو خاصہ کو $-1, -2, -3$ کی بجائے $\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}$ لکھا جاتا ہے تاکہ مینٹیسا کو منفی نہ سمجھ لیا جائے۔ (یاد رہے کہ مینٹیسا ہمیشہ مثبت ہوتا ہے)

☆ ایک ہی تسلسل والے اہم ہندسوں پر مشتمل اعداد کے لوگارتھم کا مینٹیسا ایک ہی (یکساں) ہوتا ہے۔

☆ وہ عدد جس کے لوگارتھم کی قیمت معلوم ہو ضد لوگارتھم کہلاتا ہے۔

☆ $\log_e 10 = 2.3026$ اور $\log_{10} e = 0.4343$

☆ لوگارتھم کے قوانین:

(i) $\log_a(mn) = \log_a m + \log_a n$ (ii) $\log_a\left(\frac{m}{n}\right) = \log_a m - \log_a n$

(iii) $\log_a (m^n) = n \log_a m$ (iv) $\log_a n = \log_b n \times \log_a b$

معروضی سوالات

☆ درست جواب پر (✔) کا نشان لگائیں۔

1- .... کے استعمال سے مشکل اور پیچیدہ حساب کتاب کے مسائل آسان تر ہو جاتے ہیں۔

(A) الجبرا (B) جیومیٹری (C) لوگارتھم (D) حقیقی اعداد

2- لوگارتھم کی ایجاد کا سہرا مسلمان ریاضی دان............... کے سر ہے۔

(A) ابو محمد موسیٰ الخوارزمی (B) البیرونی (C) ابن الہیثم (D) ڈاکٹر عبدالسلام

3- .... نے لوگارتھم کی جدولیں تیار کی۔

(A) ابو محمد موسیٰ الخوارزمی (B) جان نیپئر (C) ہنری برگز (D) جابسٹ برگی

4- جان نیپئر نے لوگارتھم کے جدول میں اساس............... استعمال کی۔

(A) 0 (B) 1 (C) 10 (D) e

5- .... نے اساس 10 والی لوگارتھم جدولیں تیار کیں۔

(A) ابو محمد موسیٰ الخوارزمی (B) جان نیپئر (C) ہنری برگز (D) جابسٹ برگی

6- ہنری برگز نے اساس............... والی لوگارتھم کی جدولیں تیار کیں۔

(A) 0 (B) 1 (C) 10 (D) e

7- .... میں جابسٹ برگی نے ضد لوگارتھم کی جدول تیار کی۔

(A) ،1620 (B) ،1720 (C) ،1820 (D) ،1920

-8 $\log \frac{\sqrt[3]{0.4}}{4}$ کی قیمت = ؟

(A) $\log \sqrt[3]{0.4} - \log 4$ (B) $\frac{1}{3}\log 0.4 - \log 4$
(C) $\log \sqrt[3]{0.4} + \log 4$ (D) $\frac{1}{3}\log 0.4 + \log 4$

-9 عام لوگارتھم کا اساس ہے۔

(A) 0 (B) 1 (C) 10 (D) e

-10 عام لوگارتھم کو..............لوگارتھم بھی کہتے ہیں۔

(A) الخوارزمی (B) نیپئر (C) برگز (D) برگی

-11 اساس..............کے لوگارتھم کو قدرتی یا نیپئر لوگارتھم کہتے ہیں۔

(A) 0 (B) 1 (C) 10 (D) e

-12 اساس ______ e ≈

(A) 2.178 (B) 2.718 (C) 21.78 (D) 217.8

-13 اگر اعشاریہ کی جگہ کسی عدد میں بائیں جانب بدل دی جائے تو 10 کی قوت ہوگی۔

(A) تقسیم (B) مثبت (C) منفی (D) ضرب

-14 اگر اعشاریہ کی جگہ کسی عدد میں دائیں جانب بدل دی جائے تو 10 کی قوت ہوگی۔

(A) تقسیم (B) مثبت (C) منفی (D) ضرب

-15 40800 کی سائنسی ترقیم ہوگی۔

(A) 4.08×10^4 (B) 40.8×10^4 (C) 4.08×10^2 (D) 408.00×10^4

-16 0.00014 کی سائنسی ترقیم ہوگی۔

(A) 1.4×10^{-3} (B) 14.0×10^3 (C) 1.4×10^{-4} (D) 14×10^4

-17 1.35×10^6 کی عام ترقیم ہوگی۔

(A) 13500 (B) 135000 (C) 1350 (D) 1350000

-18 0.000762 کی عام ترقیم ہوگی۔

(A) 7.62×10^{-4} (B) 76.2×10^{-5} (C) 76.2×10^{-4} (D) 762×10^{-4}

-19 $\log_a y = x$ کی قوت نمائی شکل ہے۔

(A) $a^y = x$ (B) $a^x = y$ (C) $y^a = x$ (D) $y^x = a$

-20 $a^x = y$ کی لوگارتھمی شکل ہے۔

(A) $\log_a x = y$ (B) $\log_x a = y$ (C) $\log_a y = x$ (D) $\log_y a = x$

-21 $\log_9 3$ کی قیمت ہوگی۔

(A) 0 (B) 1 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{3}{2}$

22- اگر $a^0 = 1$ تو $\log_a 1 = ?$

(A) 0 (B) 1 (C) 10 (D) 100

23- اگر log کے ساتھ اساس نہ لکھی ہو تو اساس تصور کی جائے گی۔

(A) 0 (B) 1 (C) 10 (D) 100

24- کسی عدد کے لوگارتھم کے صحیح عددی حصے کو لوگارتھم کا .... کہتے ہیں۔

(A) خصوصیت (B) خاصہ (C) مینٹیسا (D) اساس

25- ایک کسری حصہ جو ہمیشہ مثبت ہوتا ہے، اس کسری حصے کو کہتے ہیں۔

(A) خصوصیت (B) خاصہ (C) مینٹیسا (D) اساس

26- عدد 1.11 کا خاصہ .... ہے

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

27- log 29 کا خاصہ ہے۔

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

28- عدد 1662.4 کا خاصہ ہے

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

29- عدد 0.987 کا خاصہ .... ہے

(A) 0 (B) −1 (C) −2 (D) −3

30- عدد 0.01 کا خاصہ .... ہے

(A) 0 (B) −1 (C) −2 (D) −3

31- $\log_{10} e = ?$

(A) 0.4040 (B) 0.4141 (C) 0.4242 (D) 0.4343

32- $\log_e 10 = ?$

(A) 2.3026 (B) 23.028 (C) 2.4036 (D) 240.36

33- وہ عدد جس کے لوگارتھم کی قیمت معلوم ہو کہلاتا ہے۔

(A) الجبرا (B) جیومیٹری (C) ضد لوگارتھم (D) اساس

34- عام لوگارتھم اساس .... کی وجہ سے ڈیسیمل لوگارتھم بھی کہلاتے ہیں۔

(A) 0 (B) 1 (C) 10 (D) 100

35- $\log_e x$ کو ہم عام طور پر لکھتے ہیں۔

(A) lmx (B) lnx (C) lxn (D) lxm

36- e ایک عدد ہے۔

(A) حقیقی (B) ناطق (C) غیر ناطق (D) قدرتی

37- $\log_a mn = ?$

(A) $\log_a m + \log_a n$ (B) $\log_s m - \log_a n$
(C) $n \log_a m$ (D) $\log_b n \times \log_a b$

38- $\log_a \left(\frac{m}{n}\right) = ?$

(A) $\log_a m + \log_a n$ (B) $\log_a m - \log_a n$ (C) $n \log_a m$ (D) $\log_b n \times \log_a b$

39- $\log_a m^n = ?$

(A) $\log_a m + \log_a n$ (B) $\log_a m - \log_a n$ (C) $n \log_a m$ (D) $\log_b n \times \log_a b$

40- $\log_a n = ?$

(A) $\log_a m + \log_a n$ (B) $\log_a m - \log_a n$ (C) $n \log_a m$ (D) $\log_b n \times \log_a b$

41- $\log_a a = ?$

(A) 0 (B) 1 (C) 10 (D) 100

42- $\log (A \times B)$ کی قیمت=؟

(A) $\log A + \log B$ (B) $\log A - \log B$ (C) $\log A \times \log B$ (D) $\log A \div \log B$

43- $\log \frac{25}{2}$ کی قیمت=؟

(A) $\log 25 + \log 2$ (B) $\log 25 - \log 2$ (C) $\log 25 \times \log 2$ (D) $\log 25 \div \log 2$

44- $\log\sqrt{12}$ کی قیمت=؟

(A) $\frac{1}{2}\log 12$ (B) $\log\frac{1}{2} - \log 12$ (C) $\log\frac{1}{2} + \log 12$ (D) $\log\frac{1}{2} \times \log 12$

جوابات:

1- لوگارتھم	2- ابو محمد موسیٰ الخوارزمی	3- جان نیپئر	4- e
5- ہنری برگز	6- 10	7- 1620ء	8- $\frac{1}{3}\log 0.4 - \log 4$
9- 10	10- برگز	11- e	12- 2.718
13- مثبت	14- منفی	15- 4.08×10^4	16- 1.4×10^{-4}
17- 1350000	18- 7.62×10^{-4}	19- $a^x = y$	20- $\log_a y = x$
21- $\frac{1}{2}$	22- 0	23- 10	24- خاصہ
25- مینٹیسا	26- 1	27- 1	28- 3
29- -1	30- -2	31- 0.4343	32- 2.3026
33- ضد لوگارتھم	34- 10	35- $\ln x$	36- غیر ناطق
37- $\log_a m + \log_a n$	38- $\log_a m - \log_a n$	39- $n \log_a m$	40- $\log_b n \times \log_a b$
41- 1	42- $\log A + \log B$	43- $\log 25 - \log 2$	44- $\frac{1}{2}\log 12$

☆ درج ذیل سوالات کے مختصر جوابات تحریر کریں۔

-1 لوگارتھم کا استعمال کیوں کیا جاتا ہے؟

جواب: لوگارتھم کے استعمال سے مشکل اور پیچیدہ حساب کتاب کے مسائل آسان تر ہو جاتے ہیں۔

-2 لوگارتھم کی ایجاد کا سہرا کس ریاضی دان کے سر ہے؟

جواب: لوگارتھم کی ایجاد کا سہرا مسلمان ریاضی دان ابومحمد موسیٰ الخوارزمی کے سر ہے۔

-3 اساس 'e' کی جدولیں کس نے تیار کیں؟

جواب: جان نیپئر نے اساس 'e' استعمال کرتے ہوئے لوگارتھم کی جدولیں تیار کیں۔

-4 اساس '10' والی لوگارتھم جدولیں کس نے تیار کیں؟

جواب: ہنری برگز نے اساس 10 والی لوگارتھم جدولیں تیار کیں۔

-5 ضدلوگارتھم کی جدول کس نے اور کب تیار کی؟

جواب: 1620ء میں جابسٹ برگی نے ضدلوگارتھم کی جدول تیار کی۔

-6 سائنسی ترقیم کی تعریف کریں۔

جواب: بڑے اعداد اور چھوٹے اعداد کو لکھنے کا آسان طریقہ سائنسی ترقیم کہلاتا ہے۔ سائنسی ترقیم میں ایک دیے ہوئے عدد کو دو اعداد کے حاصل ضرب یعنی $a = b \times 10^n$ کے طور پر لکھا جاتا ہے۔ اس حاصل ضرب میں پہلا عدد 1 اور 10 کے درمیان ہوتا ہے اور دوسرا عدد 10 کا صحیح منفی یا مثبت قوت نما ہوتا ہے۔

-7 عام ترقیم میں لکھے گئے عدد 80610 کو سائنسی ترقیم میں لکھیں۔

جواب: (نقطہ اعشاریہ کو چار درجے بائیں طرف حرکت دی) $80610 = 8.060 \times 10^4$

-8 عام ترقیم میں لکھے گئے عدد 0.00035 کو سائنسی ترقیم میں لکھیں۔

جواب: (نقطہ اعشاریہ کو چار درجے دائیں طرف حرکت دی) $0.00035 = 3.5 \times 10^{-4}$

-9 سائنسی ترقیم میں لکھے گئے عدد 1.67×10^{-5} کو عام ترقیم میں تبدیل کریں۔

جواب: (نقطہ اعشاریہ کو پانچ درجے بائیں طرف حرکت دی) $1.67 \times 10^{-5} = 0.0000167$

-10 سائنسی ترقیم میں لکھے گئے عدد 1.45×10^5 کو عام ترقیم میں لکھیں۔

جواب: (نقطہ اعشاریہ کو پانچ درجے دائیں طرف حرکت دی) $1.45 \times 10^5 = 145000$

-11 عام لوگارتھم اور قدرتی لوگارتھم میں کیا فرق ہے؟

جواب: اساس '10' کے لوگارتھم کو عام لوگارتھم اور اساس 'e' کے لوگارتھم کو قدرتی لوگارتھم کہتے ہیں۔

-12 برگز لوگارتھم کیا ہے؟

جواب: عام لوگارتھم کو برگز لوگارتھم بھی کہتے ہیں۔ ایک انگریز ریاضی دان اور ماہر فلکیات ہنری برگز نے اساس 10 کی لوگارتھم جدولیں تیار کیں۔ اس کے اعزاز میں ہی عام لوگارتھم کو برگز لوگارتھم کہتے ہیں۔

-13 "حوالے کے مقام" کے لیے کون سی علامت استعمال کی جاتی ہے؟

جواب: حوالے کے مقام کے لیے ^ کی علامت استعمال کی جاتی ہے۔

-14 خاصہ کی تعریف کریں۔

جواب: کسی عدد کے لوگارتھم کے صحیح عددی حصے کو لوگارتھم کا خاصہ کہتے ہیں۔

-15 مینٹیسا کی تعریف کریں۔

جواب: کسی عدد کے لوگارتھم کے ایک کسری حصہ جو ہمیشہ مثبت ہوتا ہے، اس کسری حصے کو مینٹیسا کہتے ہیں۔

-16 $2^3 = 8$ کو لوگارتھمی شکل میں لکھیں۔

جواب: $2^3 = 8$ کی لوگارتھمی شکل $\log_2 8 = 3$ ہے۔

-17 $\log_a y = x$ کی قوت نمائی شکل لکھیں۔

جواب: $\log_a y = x$ کی قوت نمائی شکل $a^x = y$ ہے۔

-18 ضد لوگارتھم کی تعریف کریں۔

جواب: وہ عدد جس کا لوگارتھم معلوم ہو ضد لوگارتھم کہلاتا ہے۔ یعنی اگر $\log y = x$ ہو تو y کو x کا ضد لوگارتھم کہتے ہیں اور اسے $y=\text{antilog}x$ لکھتے ہیں۔

-19 ڈیکیڈک لوگارتھم سے کیا مراد ہے؟

جواب: عام لوگارتھم اساس 10 کی وجہ سے ڈیکیڈک لوگارتھم بھی کہلاتے ہیں۔ عام طور پر $\log_{10}x$ کو $\log x$ لکھتے ہیں۔

-20 نیپئر لوگارتھم کسے کہتے ہیں؟

جواب: قدرتی لوگارتھم کو نیپئر لوگارتھم بھی کہتے ہیں۔ جان نیپئر نے اساس e والی لوگارتھمی جدولیں 1614 میں پہلی بار شائع کیں۔ روایتی طور پر $\log x$ کو $\ln x$ لکھا جاتا ہے۔

-21 'e' سے کیا مراد ہے؟

جواب: e ایک غیر ناطق عدد ہے جس کی قیمت ....2.7182818 یعنی تقریباً 2.718 ہے۔

-22 لوگارتھم کے قوانین درج کریں۔

جواب: لوگارتھم کے قوانین درج ذیل ہیں۔

1. $\log_a(mn) = \log_a m + \log_a n$
2. $\log_a\left(\frac{m}{n}\right) = \log_a m - \log_a n$
3. $\log_a m^n = n \log_a m$
4. $\log_a n = \log_b n \times \log_a b$

-23 عددی حصہ اور کسری حصہ سے کیا مراد ہے؟

جواب: کسی عدد کا لوگارتھم دو حصوں پر مشتمل ہوتا ہے۔ ایک صحیح عددی حصہ اور دوسرا کسری حصہ کہلاتا ہے۔

-24 ”حوالے کا مقام“ کیا ہوتا ہے؟

جواب: کسی دیے ہوئے عدد میں بائیں طرف پہلے غیر صفری ہندسے اور اس سے اگلے ہندسے کی درمیانی جگہ کو ”حوالے کا مقام“ کہتے ہیں۔

-25 log426 میں حوالے کا مقام کہاں ہے؟ خاصہ بھی معلوم کریں۔

جواب: log426 میں حوالے کا مقام 4 اور 2 کے درمیان ہے اسے $26 \wedge 4$ سے ظاہر کیا جاتا ہے اور log426 کا خاصہ 2 ہے۔

-26 "2^3" میں ہندسوں کی تعداد معلوم کریں۔

جواب:

$$x = 2^3$$
$$\log x = \log 2^3$$
$$\log x = 3\log 2$$
$$= 3(0.3010)$$
$$= 0.9030$$

-27 $\log_x = 3.1411$ کا خاصہ کیا ہے؟

جواب: $\log_x = 3.1411$ کا خاصہ 3 ہے۔

-28 مندرجہ ذیل کو لوگارتھم کے مجموعے یا فرق کی شکل میں لکھیں۔

$$\log(M \times N)$$

جواب: $\log(M \times N) = \log M + \log N$

-29 مندرجہ ذیل کو مجموعے یا فرق کی شکل میں لکھیں۔

$$\log\sqrt[5]{\frac{3}{15}}$$

جواب:

$$\log\sqrt[5]{\frac{3}{15}} = \log\left(\frac{3}{15}\right)^{\frac{1}{5}}$$
$$= \frac{1}{5}[\log 3 - \log 15]$$

-30 مندرجہ ذیل کو واحد لوگارتھم کی شکل میں لکھیں۔

$$\log 5 - \frac{1}{3}\log 2$$

جواب: $\log 5 - \frac{1}{2}\log 2 = \log 5 - \log 2^{\frac{1}{3}} = \log\frac{5}{\sqrt[3]{2}}$

-31 مندرجہ ذیل کو واحد لوگارتھم کی شکل میں لکھیں۔

$$\frac{1}{2}\log 13 + \log 2$$

جواب: $\frac{1}{2}\log 13 + \log 2 = \log 13^{\frac{1}{2}} + \log 2 = \log\left(\sqrt{13} \times 2\right)$

-32 لوگارتھم کے دوسرے قانون کو عبارتی شکل میں لکھیں۔

جواب: کسی کسر کا لوگارتھم اس کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما کے لوگارتھموں کے فرق کے برابر ہوتا ہے۔

*****